

2 교시

6월 7일 수능 모의평가

수리 영역 (나형)

수리 영역(나형)

분석 및 해설

정답	01 ②	02 ④	03 ③	04 ②	05 ③	06 ⑤	07 ③	08 ⑤	09 ④	10 ①
	11 ①	12 ②	13 ④	14 ⑤	15 ③	16 ②	17 ④	18 ①	19 ⑤	20 ②
	21 ①	22 13	23 12	24 21	25 11	26 9	27 14	28 513	29 36	30 86

출제 문항 분석

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	지수와 로그	로그의 계산
2	하	행렬	행렬의 계산
3	하	극한	극한값의 계산
4	하	행렬과 그래프	인접행렬
5	하	함수의 극한	미정계수 결정
6	하	함수의 극한	그래프에서의 극한값
7	중	지수와 로그	실생활 응용
8	하	수열	등비수열의 일반항
9	중	함수의 극한	극한값의 계산
10	중	미분	움직이는 방향과 속도
11	중	수열	이항분리, 합과 일반항 사이의 관계
12	상	수열의 극한	도형과 무한급수
13	중	미분	함수의 최댓값, 최솟값
14	중	행렬	행렬의 참, 거짓
15	중	수열	점화식
16	하	수열	수열의 합
17	중	미분	삼차함수의 접선과 그 교점
18	중	지수와 로그	제곱근 중 실수인 것의 개수
19	중	함수의 극한	연속, 불연속
20	상	수열의 극한	수열의 극한값과 그래프 *, **
21	중	상용로그	가수가 감소하기 위한 조건
22	하	미분	도함수 구하기
23	하	수열의 극한	미정계수 결정
24	하	수열	등차수열
25	하	지수와 로그	로그부등식의 풀이
26	중	행렬	연립방정식과 행렬
27	중	미분	곱의 미분
28	상	수열	수열의 귀납적 정의 *
29	중	지수와 로그	치환을 통한 지수방정식의 풀이
30	상	지수와 로그	로그함수의 그래프와 수열 *, **

출제 경향

유레없이 쉬웠던 2011년 6월과 9월 모의평가의 부작용(?)을 고려해서인지 2012년 6월 모의평가는 적절한 난이도를 가지려고 노력한 점이 돋보이는 시험이었다.

나형의 경우 위치함수와 속도함수와의 관계 해석(10번), 미지수를 포함한 함수의 최대, 최소를 묻는 문제(13번), 곡선의 접선을 구하고 그 접선과 원래 곡선과의 교점을 구하는 문제(17번) 등 미분법의 활용에 관한 문제가 작년과 달리 출제가 많이 되었고, 수식 표현을 그래프를 통해서 해석하면 잘 이해되는 문제(20, 21번)가 이전과 다르게 비중 있게 출제되었다. 또한, 가형과의 공통 문제에서는 행렬에서 성분 계산보다 2차식을 이용해서 그 성질을 추정하는 문제(14번), 이항분리를 통한 수열의 합을 계산하는 문제(11번) 등은 꾸준히 출제되었다.

특히 30번(공통)처럼 그래프의 변화를 통해 문제 해결의 point를 착안하게 한 것이 돋보였다.

전반적으로 복잡한 계산을 피하고 기본 개념을 정확히 이해하고 그래프 등의 수단을 통해 성질을 파악하면 그리 어렵지 않게 문제 해결의 point를 잡을 수 있도록 출제하였다. 나형의 경우 1문제(30번) 정도가 까다롭게 출제되긴 하였으나 학생들을 당황스럽게 만들 정도는 아니었다.

* 신유형 문제

** 수능 출제 가능 문제

학습 대책

앞으로 9월 모의평거나 대수능은 작년 평가원 시험보다 더 어렵게 출제되리라 생각되지만 복잡한 수식 계산이 나오거나, 문제 해결까지 개념들을 특수한 상황으로 비틀어 꼬아서 출제되지는 않을 것으로 보인다.

이번 6월 모의평가 문제처럼, 그래프 등을 통해 학생들이 배우는 여러 가지 함수 · 수열의 성질들을 종합적으로 이해하고 각 도형들의 공통적인 성질, 특수한 성질들을 묻는 문제들에 대비하는 공부를 해야 한다.

각 단원의 기본 개념들을 잘 숙지하고 각 단원에서 요구하는 수학적 원리들이 문제 속에서 어떤 방식으로 녹아있는지 잘 고민해서 공부해야 할 것이다.

수학적 원리와 발상에 대한 이해없이 반복적이고 기계적인 문제 풀이는 사고력의 신장이 아니라 지적 사고력의 감퇴를 가져올 수도 있음을 명심하고 기존의 평가원 기출 문제 중 좋은 문제를 잘 분석해서 수학적 원리가 어떤 방식으로 문제화되는지 연구해야 한다. 문제 하나 하나에 매달리는 것이 아니라 보편적인 원리에 대해 고민하고 그것의 특수한 상황에서의 예로서 기출문제를 이해하고 소화하자.

해 설

$$01 \mid \log_2 3 + \log_2 \frac{4}{3} = \log_2 \left(3 \times \frac{4}{3} \right) = \log_2 4 = 2$$

$$02 \mid A + 2B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

이므로 모든 성분의 합은 9이다.

$$03 \mid \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2x + 3) = 3$$

04 | 주어진 그래프의 연결 관계를 나타내는 행렬을 구하면 아래와 같다.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

따라서, 성분 중 0의 개수는 20이다.

[다른 풀이]

꼭짓점의 개수가 6개이고, 사이가 변으로 직접 연결된 꼭짓점의 쌍의 개수가 8이므로

$$6^2 - 8 \times 2 = 20$$

이다.

05 | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax}{x - 1}$ 가 존재하고 $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + ax) = 0 \text{이다.}$$

$$\text{즉, } 1 + a = 0 \text{이므로 } a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} x = 1 \text{이므로}$$

$$b = 1$$

$$\therefore a + b = 0$$

$$06 \mid \lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$$

$$= 2 + 1 = 3$$

07 | 용기 속의 온도가 15℃일 때의 포화 증기압이 P_1 이므로

$$\log P_1 = 8.11 - \frac{1750}{15 + 235} = 8.11 - 7 \cdots \textcircled{㉠}$$

용기 속의 온도가 45℃일 때의 포화 증기압이 P_2 이므로

$$\log P_2 = 8.11 - \frac{1750}{45 + 235} = 8.11 - \frac{25}{4} \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 을 하면

$$\log \frac{P_2}{P_1} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{3}{4}}$$

13 | $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 에서

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

주어진 함수가 미분가능하므로 닫힌 구간 $[1, 4]$ 에서 최댓값, 최솟값은 구간의 양 끝값과 극값들 중에서 존재한다

$$f(1) = -2 + a, f(2) = -4 + a, f(4) = 16 + a$$

이므로 최댓값 $M = 16 + a$, 최솟값 $m = -4 + a$ 이다.

$$M + m = 20 \text{ 이므로 } 12 + 2a = 20$$

$$\therefore a = 4$$

14 | $\neg. A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 라 하면

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = A$$

이므로 $A \in S \quad \therefore$ 참

$\neg. A \in S$ 이므로 $A^2 = A$ 이고 A 의 역행렬이 존재하므로 양변에 A^{-1} 를 곱하면 $A = E$

$\therefore$ 참

$\neg. A + E \in S$ 이므로 $(A + E)^2 = A + E$,

$$A^2 + A = 0 \text{ 이므로 } A^2 = -A$$

$$(A^4)^2 = (A^2)^4 = (-A)^4 = A^4 \text{ 이므로}$$

$$A^4 \in S \quad \therefore \text{참}$$

따라서, $\neg, \neg, \neg$ 모두 옳다.

15 | $a_2 = 1$ 이고 $a_n = a_{n-2} + 1$ 이므로

a_{2k} 는 첫째항이 1이고 공차가 1인 등차수열이다.

$$\therefore a_{2k} = 1 + (k-1) = k$$

$$\therefore f(k) = k$$

$$a_{2k-1} = k + 1 \text{ 이므로}$$

$$a_{2k+1} = a_{2(k+1)-1} = (k+1) + 1 = k + 2 \text{ 이고}$$

$$S_n = a_n a_{n+1} \text{ 이므로 } n = 2k \text{ 일 때}$$

$$S_{2k} = a_{2k} \cdot a_{2k+1} = k \cdot (k+2) \text{ 이다.}$$

$$\therefore g(k) = k \cdot (k+2)$$

$$\therefore f(6) + g(7) = 6 + 7 \cdot 9 = 69$$

16 | $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} (k-\alpha)(k-\beta) &= \sum_{k=1}^{10} (k^2 - (\alpha+\beta)k + \alpha\beta) \\ &= \sum_{k=1}^{10} (k^2 - 2k - 1) \\ &= 265 \end{aligned}$$

17 | $y = x^3 - 5x$ 위의 점 $(1, -4)$ 에서의 접선을 $y = mx + n$ 이라 하고 교점 B의 x좌표를 b라 하자.

두 점 A, B가 $y = x^3 - 5x, y = mx + n$ 의 교점이고 A가 접점이므로

$$x^3 - (5+m)x - n = 0 \text{의 세 근은 } b, 1, 1 \text{ 이다.}$$

$$\text{근과 계수와의 관계에 의해 } b + 1 + 1 = 0$$

$$\therefore b = -2$$

따라서 점 B의 좌표는 $(-2, 2)$ 이다.

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(1 - (-2))^2 + (-4 - 2)^2} = 3\sqrt{5}$$

18 | (i) $n = 2k$ (k 는 정수)일 때, 즉 n 이 짝수일 때,

$$(-3)^{n-1} < 0 \text{ 이므로 } a_n = 0$$

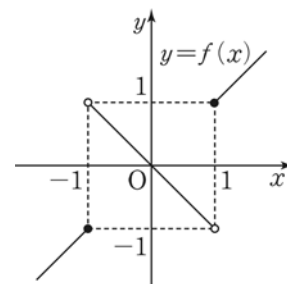
(ii) $n = 2k-1$ (k 는 정수)일 때, 즉 n 이

홀수일 때, $a_n = 1$

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n} = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^7} + \dots$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{2^3}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

19 | $y = f(x)$ 의 그래프를 그리면 그림과 같다.



$\neg. f(x)$ 는 $x = -1, 1$ 에서 불연속이다. $\therefore$ 참

$\neg. g(x) = (x-1)f(x)$ 라 하면

$$g(1) = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} g(x) = 0 \times 1 = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} g(x) = 0 \times (-1) = 0$$

따라서, $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

∴ 참

ㄷ. $h(x) = \{f(x)\}^2$ 이라 하면

$$h(1) = \lim_{x \rightarrow 1+0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} h(x) = 1 \text{ 이고}$$

$$h(-1) = \lim_{x \rightarrow 1+0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} h(x) = 1 \text{ 이므로}$$

로 $h(x)$, 즉 $\{f(x)\}^2$ 은 $x=1, -1$ 에서 연속이다.

또한, $f(x)$ 가 $x(\neq \pm 1)$ 에서 연속이므로 $\{f(x)\}^2$ 도 $x(\neq \pm 1)$ 에서 연속이다.

따라서, $\{f(x)\}^2$ 은 실수 전체에서 연속이다.

∴ 참

따라서, ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

20 | (i) $f(a) > 0$ 일 때

충분히 큰 양수 n 에 대하여 $nf(a) - 1 > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|nf(a) - 1| - nf(a)}{2n + 3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{2n + 3} = 0 \neq 1$$

이므로 주어진 조건을 만족하는 상수 a 는 존재하지 않는다.

(ii) $f(a) = 0$ 일 때

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|nf(a) - 1| - nf(a)}{2n + 3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n + 3} = 0 \neq 1$$

이므로 주어진 조건을 만족하는 상수 a 는 존재하지 않는다.

(iii) $f(a) < 0$ 일 때

$nf(a) - 1 < 0$ 이다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|nf(a) - 1| - nf(a)}{2n + 3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2nf(a)}{2n + 3} = -f(a) = 1$$

이므로 $f(a) = -1$

주어진 그래프에서 $f(a) = -1$ 을 만족하는 a 가 2개 있다.

21 | $\log x$ 의 지표를 n 이라 하면 $f(x)$ 가 가수이므로

$$\log x = n + f(x) \quad (0 \leq f(x) < 1)$$

$$\log 2x = n + f(x) + \log 2$$

(i) $0 \leq f(x) + \log 2 < 1$ 일 때

$$f(2x) = f(x) + \log 2 > f(x)$$

($\because \log 2 > 0$)

따라서 $f(2x) \leq f(x)$ 를 만족할 수 없다.

(ii) $f(x) + \log 2 \geq 1$ 일 때,

$$\text{즉 } 1 - \log 2 \leq f(x) < 1 \text{일 때}$$

$$f(2x) = f(x) + \log 2 - 1 < f(x)$$

($\because \log 2 - 1 < 0$)

이므로 $f(2x) \leq f(x)$ 가 항상 성립한다.

따라서, $1 - \log 2 \leq f(x) < 1$ 을 만족하면 주어진 부등식이 성립한다.

$1 - \log 2 = \log 5$ 이므로 $\log x$ 의 가수가 $\log 5$ 보다 크거나 같으면 된다.

x 가 한 자리 자연수일 때 $x = 5, 6, 7, 8, 9$ 의 5개
 x 가 두 자리 자연수일 때 $x = 50, 51, 52, \dots, 99$ 의 50개이다.

따라서, 자연수 x 의 개수는 55이다.

22 | $f(x) = x^2 + 7x$ 에서 $f'(x) = 2x + 7$

$$f'(3) = 2 \cdot 3 + 7 = 13$$

23 | $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 7}{3n + 1} = 4$ 에서

$$a = 0, b = 12$$

$$\therefore a + b = 12$$

24 | 수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열이므로 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_{10} + a_6 = 6 \text{에서}$$

$$a + 9d + a + 5d = 6, a + 7d = 3$$

$$a_{10} - a_6 = -12 \text{에서}$$

$$a + 9d - (a + 5d) = -12, d = -3$$

이므로 $a = 24$

$$\therefore a_2 = a + d = 21$$

[다른 풀이]

$$a_{10} + a_6 = 6, a_{10} - a_6 = -12 \text{이므로}$$

$$a_{10} = -3$$

$$a_{10} = a_2 + 8d = a_2 + 2(a_{10} - a_6) \text{이므로}$$

$$-3 = a_2 + 2(-12)$$

$$\therefore a_2 = 21$$

$$25 \mid \log_2(7-x) + \log_2(7+x) > 4$$

$$49 - x^2 > 2^4, 7-x > 0, 7+x > 0$$

$$x^2 < 33, -7 < x < 7$$

이므로 정수 x 는 $-5, -4, -3, \dots, 3, 4, 5$ 이다.

따라서, 정수 x 의 개수는 11이다.

$$26 \mid \text{연립방정식 } \begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases} \text{의 해가 } x=5, y=4$$

$$\text{이고 } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$A \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

양변에 A^{-1} 를 곱하면

$$A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\therefore p+q=5+4=9$$

$$27 \mid \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 9 \text{이고 } \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x)-5) = 0, f(x) \text{가 다항함수이므로}$$

$$f(1) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1) \text{이므로}$$

$$f'(1) = 9$$

$$g(x) = x \cdot f(x) \text{에서 } g'(x) = f(x) + x \cdot f'(x)$$

이므로

$$g'(1) = f(1) + f'(1) = 5 + 9 = 14$$

$$28 \mid \frac{1}{(n+2)a_n} < \frac{1}{k} < \frac{1}{na_n} \text{에서}$$

$$na_n < k < (n+2)a_n$$

만족하는 자연수 k 는

$$(n+2)a_n - na_n - 1 = 2a_n - 1 \text{개이다.}$$

$$\therefore a_{n+1} = 2a_n - 1$$

$$a_{n+1} - 1 = 2(a_n - 1) \text{이므로, 수열 } \{a_n - 1\} \text{은 첫째}$$

항 1, 공비 2인 등비수열이다.

$$\therefore a_n - 1 = 2^{n-1}$$

$$\therefore a_{10} = 2^9 + 1 = 513$$

$$29 \mid 4^x + 4^{-x} = (2^x - 2^{-x})^2 + 2 \text{이므로}$$

방정식 $4^x + 4^{-x} + a(2^x - 2^{-x}) + 7 = 0$ 에서

$$2^x - 2^{-x} = t \text{라 하면}$$

$$t^2 + at + 9 = 0$$

$2^x - 2^{-x}$ 이 모든 실수값을 가질 수 있으므로

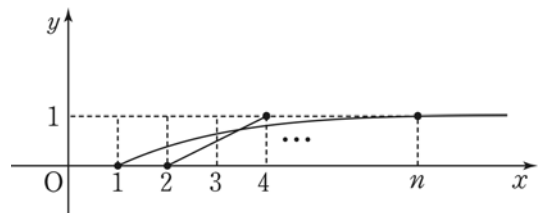
$t^2 + at + 9 = 0$ 이 실근을 가지면 주어진 지수방정

식도 실근을 갖는다. 따라서, $D = a^2 - 36 \geq 0$ 이

므로 양수 a 의 최솟값 $m = 6$ 이다.

$$\therefore m^2 = 6^2 = 36$$

$$30 \mid y = \log_n x \text{의 그래프는 } (n, 1) \text{을 지난다.}$$



$$\frac{\log_n a}{a-2} \leq \frac{1}{2} \text{에서 } \log_n a \leq \frac{1}{2}(a-2)$$

$$n \geq 4 \text{이면 } \log_n 4 \leq \frac{4-2}{2} \text{이므로}$$

$$a = 4 \text{ 일 때 } \log_n a \leq \frac{1}{2}(a-2) \text{를 만족하고,}$$

따라서 $a = 3$ 일 때 성립하는지만 알아보면

충분하다.

$$\log_n 3 \leq \frac{1}{2} \text{에서 } n \geq 9$$

$$\therefore n \geq 9 \text{이면 만족하는 자연수 } a \text{는 } a \geq 3,$$

$$4 \leq n \leq 8 \text{이면 만족하는 자연수 } a \text{는 } a \geq 4$$

$$\therefore f(n) = \begin{cases} 4 & (4 \leq n \leq 8) \\ 3 & (9 \leq n) \end{cases}$$

$$\therefore \sum_{n=4}^{30} f(n) = 4 \times 5 + 3 \times 22 = 86$$

[illegible]